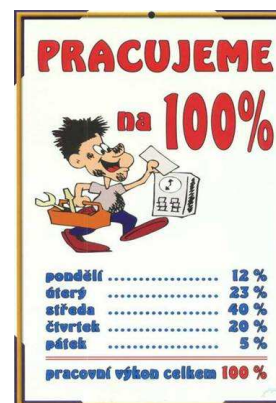


Percentá sú zradné čísla pomerné

Ironicky, ale aj vážne

Priznám sa, veľmi ma oslovil slogan, uvedený aj tu, ktorý som uvidel na obrázku v bulvárnom časopise. Možno veľmi dobre charakterizuje nielen zachádzanie s percentami pri tradičných školských úlohách, ale aj výkonový štandard pracovného týždňa napríklad úradníkov štátnej alebo regionálnej správy. Ale už vážne. Uvediem niekoľko podnetných zadaní matematických úloh, v ktorých možno vytušiť „miernu zradu v odhade“. Ich správne riešenie poskytne zaujímavé okolnosti okolo postupov s percentami. Tak najprv odhadnite výsledok a až potom si pozrite ponúkané riešenie. Určite uznáte, že s percentami sa dá „čarovať“.



Úloha č. 1 (Presné percento)

V triede je menej než 50 detí. Chlapcov je presne 72 percent z počtu dievčat. Aký je presný počet detí v tejto triede?

Riešenie:

A. Ak si označíme počet chlapcov x a počet dievčat y , tak musí platiť $x + y < 50$ a zároveň $x = \frac{72}{100}y$. Aby $x = \frac{18}{25}y$ bolo celé kladné číslo (to má byť počet chlapcov), tak treba zvoliť y z množiny $\{25, 50, 75, \dots\}$ a potom x bude z množiny $\{18, 36, 54, \dots\}$. Ak máme splniť požiadavku $x + y < 50$, to je možné len pre $x = 18$ a $y = 25$. V triede je 18 chlapcov a 25 dievčat, spolu 43 detí.

B. Označme si počet dievčat d . Potom počet chlapcov je $0,72 \cdot d$. Chlapcov a dievčat spolu je $1,72 \cdot d$. Podľa zadania úlohy má byť $1,72 \cdot d < 50$ a $d \in \mathbb{N}$. Ak si túto podmienku upravíme, dostaneme $d < \frac{50}{1,72}$, teda $d \in \{1, 2, 3, \dots, 29\}$.

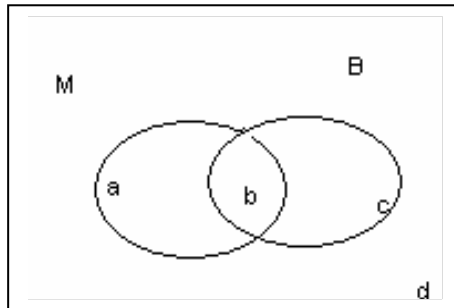
Vieme, že aj $0,72 \cdot d$ musí byť kladné celé číslo (je to počet chlapcov), to ale znamená, že $\frac{72 \cdot d}{100} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot d}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{18 \cdot d}{25}$ má byť celé kladné číslo. To splníme, ak zvolíme $d = 25 \cdot k$, kde $k \in \mathbb{N}$. Pretože hľadáme $d < 29$, vyhovuje iba $d = 25$. To znamená, že v triede je 25 dievčat, 18 chlapcov ($0,72 \cdot 25 = 18$). V triede je 43 detí.

Úloha č. 2 (Modrookí blondáci):

Percento modrookých medzi blondákmi je väčšie ako percento modrookých medzi všetkými ľuďmi sveta. Vyplýva z toho, že percento blondákov medzi modrookými je väčšie ako percento blondákov medzi všetkými ľuďmi sveta? Zdôvodnite.

Riešenie:

Využijeme množinovú schému ($a, b, c, d \in \mathbb{N}$), kde $M = a + b$ je počet modrookých ľudí, $B = b + c$ je počet blondákov, $L = a + b + c + d$ je počet všetkých ľudí. Potom zadanie úlohy znamená porovnanie zlomkov



$$\frac{b}{b+c} > \frac{a+b}{a+b+c+d} \Leftrightarrow b \cdot d > a \cdot c$$

$$\frac{b}{a+b} > \frac{b+c}{a+b+c+d} \Leftrightarrow b \cdot d > a \cdot c$$

Áno, vyplýva to; príslušné nerovnice sú ekvivalentné.

Úloha č. 3 (Sušené huby):

Čerstvé huby obsahujú 88 % vody, sušené iba 14 % vody. Koľko kilogramov čerstvých húb treba nazbierať, aby sme získali 3 kg sušených ?

Riešenie:

Nech sa huby skladajú iba z vody a sušiny:

1 kg čerstvých húb obsahuje 0,12 kg sušiny; 0,88 kg je tam vody.

1 kg sušených húb obsahuje 0,86 kg sušiny; 0,14 kg je tam vody.

3 kg sušených húb obsahuje 2,58 kg sušiny.

Aby sme mali 2,58 kg sušiny potrebujeme $2,58 : 0,12 = 21,5$ kg čerstvých húb.

Úloha č. 4 (Úspora energie):

Boli zverejnené tri rôzne, od seba nezávislé, vynálezy, ktoré zabezpečovali úsporu 20 %, 35 % a 25 % energie. Niektorí „tiež odborníci“ z toho usúdili, že pri súčasnom použití týchto troch vynálezov bude celková úspora $20 + 35 + 25 = 80$ % energie. Je to naozaj tak? O koľko percent poklesne spotreba energie pri súčasnom uplatnení spomínaných troch vynálezov?

Riešenie:

A. Nech je pôvodná spotreba energie 100 energetických jednotiek (ej). Po uplatnení vynálezu s 20 % úsporou bude spotreba 80 ej . Po uplatnení vynálezu s 35 % úsporou bude spotreba $80 - 0,35 \cdot 80 = 80 - 28 = 52$ ej . Ak uplatníme aj tretí vynález (25 % úspora energie) bude spotreba $52 - 0,25 \cdot 52 = 52 - 13 = 39$ ej . Ušetrí sa $100 - 39 = 61$ ej . To znamená, že spotreba poklesne o 61 %.

B. Prvý vynález má spotrebu 0,8 pôvodnej spotreby energie, druhý 0,65 z tej zmenšenej a tretí 0,75 z tej už dvakrát zmenšenej. Pretože vynálezy sa uplatnia

naraz a sú nezávislé, tak celková spotreba je $0,8 \cdot 0,65 \cdot 0,75 = 0,39$ pôvodnej spotreby energie. To znamená, že úspora je 61 %.

Úloha č. 5 (Pomerné zmeny v percentách):

Ako sa zmenil počet dievčat, ak sa počet všetkých žiakov v triede znížil o 10 %, ale počet dievčat vzrástol pritom z 50 % na 55 % ?

Riešenie:

Chlapci i dievčatá sú žiaci. Pôvodný počet žiakov bol x . Po znížení o 10 % ich bolo $(0,9 \cdot x)$; pôvodný počet dievčat bol $(0,5 \cdot x)$ a po zmene bol počet dievčat $(0,55 \cdot 0,9 \cdot x) = 0,495 \cdot x$; pretože pôvodný počet dievčat bol $0,5 \cdot x$, určíme zmenu počtu dievčat percentuálne:

$$\begin{array}{l} 100 \% \quad \dots\dots\dots 0,5 \cdot x \\ 1 \% \quad \quad \dots\dots\dots 0,005 \cdot x \end{array}$$

Zmenený počet $(0,495 \cdot x)$ je z pôvodného počtu $(0,5 \cdot x)$ presne 99 %, lebo

$$\frac{0,495 \cdot x}{0,005 \cdot x} = 99 .$$

Dievčat zostalo 99 % z pôvodného počtu, teda počet dievčat sa znížil o 1 % . Očakávali ste, že sa počet dievčat znížil? Výpočet vás presvedčil?

Úloha č. 6 (Zradné percento):

Akú časť zmiešaného lesa chcú lesníci vyrúbať, ak ich vedúci nevinne vyhlásil: *Budeme rúbať iba sosny, ktorých je v našom zmiešanom lese 99 % . Po výrube budú sosny tvoriť 98 % všetkých ponechaných stromov.*

Riešenie: Označme počet všetkých stromov pred výrubom x . Počet sosien je teda $0,99 \cdot x$ a počet všetkých ostatných stromov je $0,01 \cdot x$; po výrube m stromov – sosien bude počet sosien $0,98 \cdot (x - m)$ a počet ostatných $0,02 \cdot (x - m)$. Chceme poznať pomer m/x . Pretože sa majú vytínať iba sosny, počet iných stromov sa nezmení: $0,01 \cdot x = 0,02 \cdot (x - m)$, teda $0,02 \cdot m = 0,01 \cdot x$ a to znamená, že pomer $m/x = (0,01/0,02) = 1/2$. **Lesníci chcú vyrúbať polovicu lesa!**

V podstate vážne



Nebudeme ani spomínať, ako sa zachádza s percentuálnymi odhadmi v predvolebnej kampani, aké klamlivé sú často hlásené výsledky v rôznych prieskumoch. Chceme, aby už žiaci ZŠ spoznali, že percentá sú zradné čísla pomerné. Možno, že aj z riešenia týchto úloh sa dá pochopiť nevyhnutnosť zvýšenia pozornosti pri argumentácii s percentami. Skúste odpovedať na otázku: *Čo je výhodnejšie pre kupujúcich, všeobecné zvýšenie platov o 10 % alebo všeobecné zníženie cien o 10 % ?* Nech máte úspech na 100 %. (D.J.)