

MATEMATICKÉ ÚVAHY OD STREDOVEKÝCH MIKULÁŠOV

MATHEMATICAL CONTEMPLATIONS OF MEDIEVAL NICHOLASES

Dušan Jedinák

Abstract: Historical impulses (Nicolas Oresme, Nicolas Cusanus) as a theme in teaching of mathematics.

Key words: history of mathematics, popularization and motivation for education of mathematics.

1 ÚVOD

Poznanie historického vývoja matematického myslenia určite pomáha aj účinnému vyučovaniu školskej matematiky. Predovšetkým budúci, ale aj súčasní, učitelia by mali pochopiť postupnosť rozvoja matematických pojmov a ich súvislostí pri výstavbe celej štruktúry matematických disciplín. Dejiny matematiky ponúkajú plnohodnotné podnety nielen pre rozvoj tvorivého myslenia, ale aj pre motivačné zázemie a výchovné pôsobenie. Ponúkam dve ukážky životopisných poznámok o významných stredovekých osobnostiach, ktoré žili kresťanskú vieru a šírili aj matematickú kultúru.

2 Mikuláš z Orezmu – bádavý mních

2.1 Zakladanie univerzít

Najvplyvnejšia známa univerzita vrcholného stredoveku bola založená v Paríži (pápežskou bulou r.1150), s potvrdenými cisárskymi privilégiami (r.1174). Tu okolo v rokoch 1253–1257 založil Robert de Sorbon prvé študentské domovy. Medzi prvé univerzity možno patrí aj právnická škola v Bologni (1119). Postupne vznikali univerzity v Oxforde (1167), Salerne (1173), Montpellier (1181), v Cambridgi (1209), v Padove (1220), v Neapoli (1224), neskôr aj v Prahe (1348), v Krakove (1364), vo Viedni (1365) a v Heidelbergu (1385). Univerzity zohrali dôležitú úlohu aj v rozvoji matematiky; výchova matematikov nebola špeciálnym cieľom vtedajších univerzít.

2.2 Osobnosť a záujmy



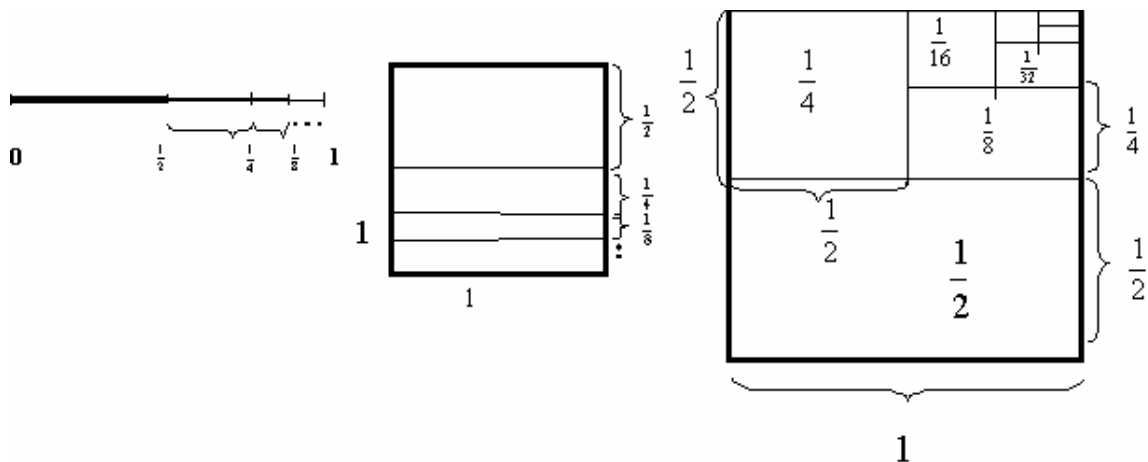
V 14. storočí bol známym vynikajúci učenec (aj matematik) Mikuláš z Orezmu (Nicolas Oresme, asi 1323–1382). Prednášal (1348–1361) na Collége de Navarre v Paríži, prekladal latinské texty do francúzštiny a komentoval ich. Vytváral francúzsku vedeckú terminológiu hlavne v astronómii a geografii. V oblasti matematiky a mechaniky predvídala niektoré pojmy a metódy, ktoré sa uplatnili až v 16. a 17. storočí. Bol vysvätený na kňaza (1356) a od roku 1377 bol biskupom v Lisieux v Normandii. Mikuláš z Orezmu sa snažil o matematický popis pohybu (aj o rotácii Zeme), uvažoval i o možnosti iných svetov. V svojej práci *O konfigurácii kvalít* používal geometrické vyjadrenie veličín a ich vzájomné súvislosti. Nad úsečkou znázorňujúcou čas zostrojil „čiaru intenzity pohybu“ a porovnával „formy o premennej šírke“. V podstate sa jednalo o grafy rýchlosti, kde obsah obrazca vyjadroval veľkosť dráhy.

2.3 Z diela



V spise *Algorismus proportionum* pojednal Mikuláš z Orezmu o počítaní s mocninami s lomeným mocniteľom a vedel napríklad, že $8 = 4^{\frac{3}{2}}$ (v našom zápise), pretože $4^3 = 64$ a $64 = 8^2$, t.j. 8 sa nachádza v „poldruhanásobnom pomere“ k 4. V podstate vedel slovne formulovať operácie s mocninami s lomenými exponentmi.

Geometrickou interpretáciou vedel Mikuláš z Orezmu určovať aj súčet nekonečných radov. Ukázal, že $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1$, pretože „pochopil obrázky“:



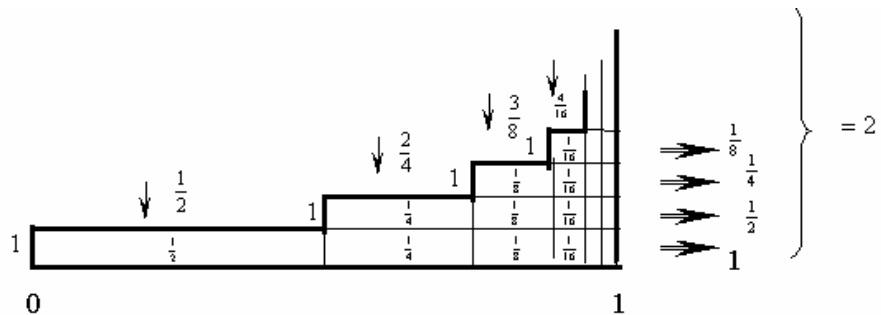
Vtipne predviedol, už v roku 1350, že harmonický rad $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ nemôže mať konečný súčet, lebo (v našom zápise)

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} & + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + & + \frac{1}{9} + \dots & + \frac{1}{16} \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \dots \\
 > \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} & > \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} & > \frac{1}{2} & \dots
 \end{array}$$

Matematické úvahy od stredovekých Mikulášov

a to znamená súčet blížiaci sa k nekonečnu.

Takýmto obrázkom



vedel určiť súčet $1/2 + 2/4 + 3/8 + 4/16 + \dots = 2$, to ale aj znamená, že poznal nekonečný rovinný útvar s konečným obsahom.



Mikuláš z Oresme prispel k stanoveniu závislosti medzi časom a meranou veličinou, grafický záznam priebehu bol už výrazom prírodného zákona. Vytušil úlohu funkčných závislostí (funkcia ako „faustovské číslo“) ako nástroja pre skúmanie prírody a jej merateľných zákonov. Patrí k prvým, ktorý sa nezľakol tajomstiev nekonečna a spoznal, že môže existovať nekonečný útvar s konečným obsahom. Vo svojich úvahách obsahoval niekoľko hlbokých myšlienok matematiky premenných veličín, ktoré však museli počkať, pokiaľ sa neobjavil matematický aparát pre riešenie konkrétnych reálnych problémov fyziky a ďalších technických i prírodných vied.

3 Mikuláš Kuzánsky – zjednocovač protikladov

3.1 Neskorý stredovek



Žil na rozhraní stredoveku a renesancie. Osamotený mysliteľ ovládal súdobé myšlienkové prúdy aj ich antické pramene. Zavŕšil stredovekú teologickú tradíciu, vyzval k vyhodnoteniu empirických faktov poznávaných v prírode. Spoznal, že na pochopenie tajuplných a protikladných vlastností sa najlepšie hodí matematika. Rozlíšil tri stupne poznania. Zmyslové poznanie predkladá základné javy, rozumové spoznáva všeobecné a vytvára čísla, intelektuálno-duchovné poznávanie objavuje súvislosti i súperenie protikladov. Mikuláš Kuzánsky (1401–1464) pochádzal z mestečka Kues na brehu rieky Mosel. Jeho otec Henne Chrypffs

bol lodiár a vinár. Po odchode z domova syn používal meno Nicolas Cusanus. Vyštudoval právo v Heidelbergu a Padove (1422), nevenoval sa mu, pretože sa rozhodol pre duchovnú dráhu. Stal sa kňazom, neskôr duchovným hodnostárom (kardinál 1448, biskup 1450) a diplomatom. Ako pápežský vyslanec bol na koncile v Bazileji (1431) i vo Florencii (1439). Slúžil myšlienke intelektuálnej a náboženskej jednoty kresťanského sveta, koordinoval moc svetskú a duchovnú.

3.2 Rozptýlená jednota mnohosti



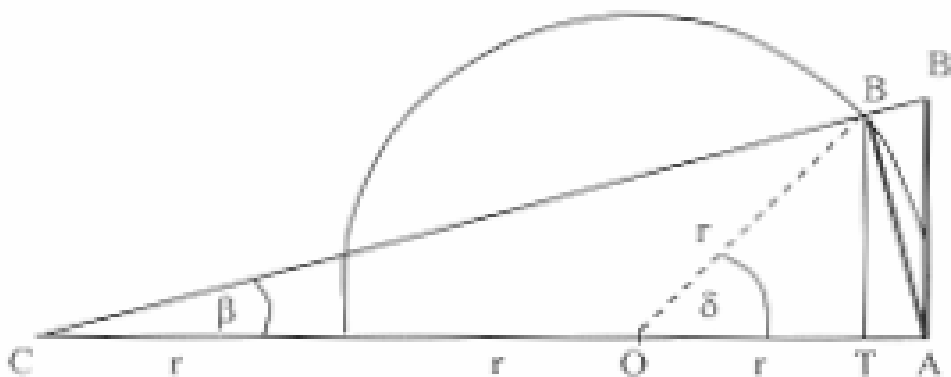
Zaujímavou a podnetnou charakteristikou jeho obsiahleho diela (spisy politicko-náboženské, filozoficko-teologické i fyzikálno-matematické) je učenie o jednote a splývaní protikladov v Bohu ako absolútne nekonečnom bytí. V známej práci *O učenej nevedomosti* (*De docta ignorantia*, 1439–1440) si uvedomil, že naša principiálna neschopnosť úplného poznania (*Intelekt, ktorý nie je pravdou, nikdy nepochopí pravdu tak presne, že by postupom do nekonečna nemohla byť pochopená presnejšie.*) je základom ľudskej učenej nevedomosti o podstate sveta. O Bohu i prírode budeme mať vždy iba domnienky. Boh je večná Jednota, Zhoda, Totožnosť. Boh obsahuje všetko stvorené i vo všetkom je prítomný. Všetko v ňom je ním, je vo všetkých veciach tým, čím sú. Boh sa ukazuje ako svet. Svet je jednota v mnohosti, odvodené nekonečno, priestor a symbol

neviditeľného. Boh je skrytá rovina všetkého existujúceho. Boh je nevysloviteľný, lebo je nekonečne väčší od všetkého, čo sa dá vymenovať. Jednota je rozptýlená do mnohosti, jednoduchosť do zložitosti, nekonečno do konečna, večnosť do času, nevyhnutnosť do možnosti. Poznanie je tvorivé priblíženie rozumu k podstate pozorovaných a vnímaných javov, ktoré sú vysvetliteľné zo seba samých, ale len vo vzťahu k celku.

3.3 Priateľ matematiky

Kuzánsky uvažoval aj o prírodných vedách. Uznal, že jednota látky a formy sa uskutočňuje prostredníctvom pohybu. Zem nepokladal za centrum vesmíru, uznával hypotézu jej pohybu. Predpokladal systém a harmóniu vesmíru na základe matematických princípov. Poukázal na potrebu reformovať kalendár, zostavil mapu strednej Európy. Zaviedol meranie pulzu ako pomôcku pre diagnostiku, navrhol okuliare s konkávnymi šošovkami. Bol označovaný aj za milovníka matematiky. Zaujímal sa o približné geometrické konštrukcie. Vedel, že nie je možná presná kvadratúra kruhu. Pre postup rektifikácie kružnicového oblúka podal zaujímavý návrh, ktorý bol jednoduchý a pomerne presný, s chybou asi 0,2 %.

3.4 Kuzánskeho aproximácia pre dĺžku kružnicového oblúka



Matematické úvahy od stredovekých Mikulášov

$\text{arc } AB \approx AB'$, ak $r = 1$ tak $\sin \delta = BT$ a $\cos \delta = OT$; $AB' = 3 \cdot \text{tg } \beta$

Pre ΔCTB platí $\sin \beta = \frac{TB}{BC} = \frac{\sin \delta}{CB} = \frac{\sin \delta}{\sqrt{5 + 4 \cos \delta}}$,

ale $CB = \sqrt{(2 + OT)^2} = \sqrt{(2 + \cos \delta)^2 + (\sin \delta)^2} = \sqrt{4 + 4 \cos \delta + \cos^2 + \sin^2 \delta} = \sqrt{5 + 4 \cos \delta}$,

potom $AB' = 3 \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = 3 \cdot \frac{\sin \delta}{CB} \cdot \frac{1}{\frac{2 + OT}{CB}} = 3 \cdot \frac{\sin \delta}{CB} \cdot \frac{CB}{2 + OT} = 3 \cdot \frac{\sin \delta}{2 + \cos \delta}$,

napr. pre $\delta = 45^\circ$ je $AB' \approx 0,7836...$ dĺžka oblúka $AB = \frac{\pi}{4} \approx 0,7854...$; chyba asi 0, 2% .

3.5 Matematické myslenie slúži pre poznanie pravdy

Matematika môže byť nástrojom skúmania prírody. Údaje získané z pozorovania a merania vedú k poznaniu pravdy. Mikuláš Kuzánsky zistil: *Všetko skúmanie je porovnávaním, lebo používa pomer ako prostriedok... Číslo je výrazom jednoty... Počet (číslo) znamená pomer. Pomer je myšlienková konštrukcia... Číslo je základ všetkých vecí chápaných myslením... K poznaniu božských vecí je nám otvorená iba cesta prostredníctvom symbolov... Matematika nám najviac pomáha pri pochopení rozličných božských vecí.* Kuzánsky ponúkol už vo svojej dobe systémové a štruktúrne myslenie, v ktorom sa poznávané entity premieňajú vo vzájomných väzbách. Celok v jednote mnohosti spája aj protiklady. Filozoficky si všimol problém aktuálneho nekonečna, dialektiku spojitého a diskrétného, jednoty a mnohosti, možnosti a uskutočnenia, bytia i nebytia. Vytušil zhodu proti vo vyššom pohľade, v najvyššom existujúcom bytí.

3.6 Jednota pre vieru, Tajomstvo pre rozum

Filozof a teológ, hodnostár a diplomat, učenec a humanista Mikuláš Kuzánsky zjednocoval náboženský i svetský zmysel duchovného zápasu, smelé špekulácie i hlbokú katolícku nábožnosť, plodné myšlienky novoplatonizmu i mysticizmu prijímané cez prizmu racionálnej vedy a rodiacej sa renesancie, spoločenskú znášanlivosť náboženských konfesií. Aj po stáročiach ukazuje smer k vnútorne skrytej povahe ľudskej objavnosti a myšlienkovvej tvorivosti, k odhaľovaniu a odkrývaniu tajomstiev každého druhu. Napriek tomu, že vedieť znamená poznávať nemohúcnosť spoznania, Mikuláš Kuzánsky nás stále inšpiruje smerom k Jednote nad všetkými protikladmi.

4. Záver

Poznámky z dejín matematiky podnecujú všeobecnú pozornosť, prehlbujú zaujímavosť pri výklade, prispievajú k lepšiemu zapamätaniu, ponúkajú nečakané informácie i dobové súvislosti. Historické pozadie rozvoja matematického myslenia môže byť aj v prostredí školskej matematiky sympatickým impulzom pre úvahy o zmysle i význame ľudského intelektu v rozvoji matematickej kultúry.

Literatúra

- BEČVÁŘ, J. a kol.: *Matematika v 16. a 17. století*. Praha: Prometheus, 1999.
- BEČVÁŘ, J. a kol.: *Matematika ve středověké Evropě*. Praha: Prometheus, 2001.
- HRUŠOVSKÝ, I. a kol.: *Patristika a scholastika*. Bratislava: PRAVDA, 1975.
- JURINA, J.: *Stručný prehľad dejín kresťanskej filozofie - Stredovek*. Trnava: Dobrá kniha, 2002.
- JUŠKEVIČ, A. P.: *Dějiny matematiky ve středověku*. Praha: Academia, 1978.
- KRATOCHVÍL, Z.: *Mýtus, filosofie, věda I., II*. Praha: Jůza, 1996.
- MAČÁK, K.: *Tři středověké sbírky matematických úloh*. Praha: Prometheus, 2001.
- MICHALOV, J.: *Scholastická filozofia*. Nitra: FF UKF, 2002.
- SIROVIČ, F.: *Dejiny filozofie - stredovek*. Trnava: Dobrá kniha, 1995.
- STÖRING, H.J.: *Malé dějiny filozofie*. Praha: ZVON, 1995.
- STRUÍK, D.J.: *Dějiny matematiky*. Praha: Orbis, 1963.

DUŠAN JEDINÁK
TRÍBEČSKÁ 2136/8, 955 01 TOPOLČANY
DUSAN.JEDINAK@SATRONET.SK, WWW.ERA.TOPINDEX.SK