

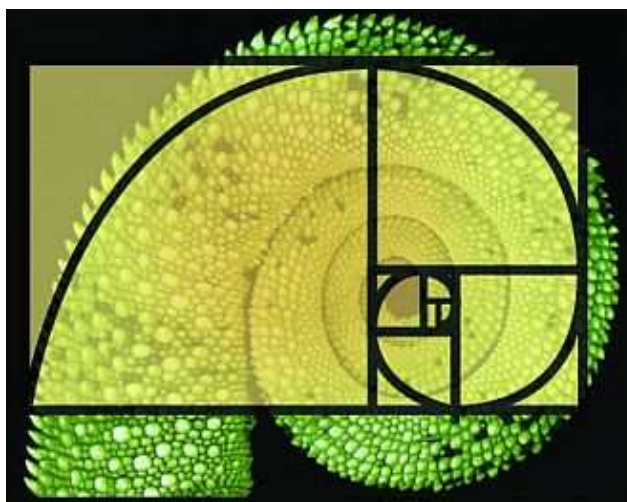
Číselné úlohy pre rok 2014

*Ponúkam jednoduché i mierne podnetné úlohy,
v ktorých hrá zaujímavú úlohu číslo 2014.*



1. Stanovte súčet všetkých prirodzených párnych deliteľov čísla 2014.
2. Nájdite prirodzené čísla x, y , aby pre ne platilo $2 \cdot (x^2 - y^2) = 2014$.
3. Stanovte, koľko cifier potrebujeme na očíslovanie všetkých strán encyklopédie, ktorá má 2014 strán (čísľujeme od 1, 2, 3, ..., 2014).
4. Píšeme za sebou čísla 1, 2, 3, ..., 134, 135, ..., a na to sme použili 2014 číslic. Ktorú číslicu sme napísali poslednú?
5. Stanovte, koľko prirodzených čísiel od 1 do 2014 vrátane, nie je deliteľných žiadnym z čísiel 2, 19, 53.
6. Stanovte počet prirodzených čísiel od 1 do 10^6 , ktoré končia štvorčíslom 2014.
7. Stanovte, koľko prvočísiel menších než 2014 má ciferný súčet dve.
8. Stanovte ciferný súčet čísla $(10^{2014} + 2014)$ v desiatkovom zápise.
9. Stanovte poslednú cifru čísla $(2014^{2014} - 14)$ v desiatkovom zápise.
10. Stanovte prvú číslicu najmenšieho prirodzeného čísla, ktorého súčet číslic je 2014.
11. Stanovte hodnotu výrazu
$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2012}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2013}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2014}\right).$$
12. Stanovte zvyšok po delení čísla 10^{2014} číslom 15.
13. Stanovte poslednú cifru desatinného rozvoja čísla 5^{-2014} .
14. Stanovte poslednú číslicu čísla $(3^{2012} \cdot 7^{2013} \cdot 13^{2014})$ v jeho desiatkovom zápise.
15. Zápis čísla K v desiatkovej sústave sa skladá z 2014 deviatok 999 ... 999). Stanovte, koľko deviatok obsahuje desiatkový zápis čísla K^2 .
16. Encyklopédia má očíslovaných 2014 strán (prirodzené čísla od 1 do 2014 vrátane). Stanovte, koľkokrát sa na týchto očíslovaných stránkach vyskytuje číslica 4.

17. Stanovte, koľko prirodzených čísel menších než 10^{2014} má ciferný súčet 2.
18. Stanovte, koľko rôznych štvoríc prirodzených čísel $x < y < z < t$ je riešením rovnice $x \cdot y \cdot z \cdot t + 12 = 2014$.
19. Nájdite rôzne trojice prirodzených čísel $x < y < z$, ktoré sú riešením rovnice $x \cdot y \cdot z = 2014$.
20. Máme napísané všetky prirodzené čísla od 1 do 2014 (vrátane). Ak najprv označíme z nich všetky, ktoré sú deliteľné dvomi, potom inou značkou označíme všetky čísla deliteľné tromi a na záver označíme zase inou značkou všetky čísla deliteľné štyrmi, stanovte, koľko z čísel na tabuli bude potom označených práve dvomi značkami.
21. Stanovte, koľko prirodzených čísel menších než 10^{2014} má ciferný súčet 3.



Správne odpovede:

1. 2160
2. $x = 36, y = 17$
3. 6949
4. číslicu 7
5. 936
6. počet hľadaných čísel je 100
7. sú len tri také prvočísla (2; 11; 101)
8. ciferný súčet je 8
9. posledná cifra je 2
10. prvá číslica je 7
11. 1007,5
12. zvyšok je 10
13. posledná cifra je 4
14. posledná cifra je 3
15. 2013
16. 602
17. 2 029 105
18. sedem možností
19. 1, 2, 1007; 1, 19, 106; 1, 38, 53; 2, 19, 53; štyri možnosti
20. 504
21. 1 363 558 560