

## Číselné úlohy pre rok 2013

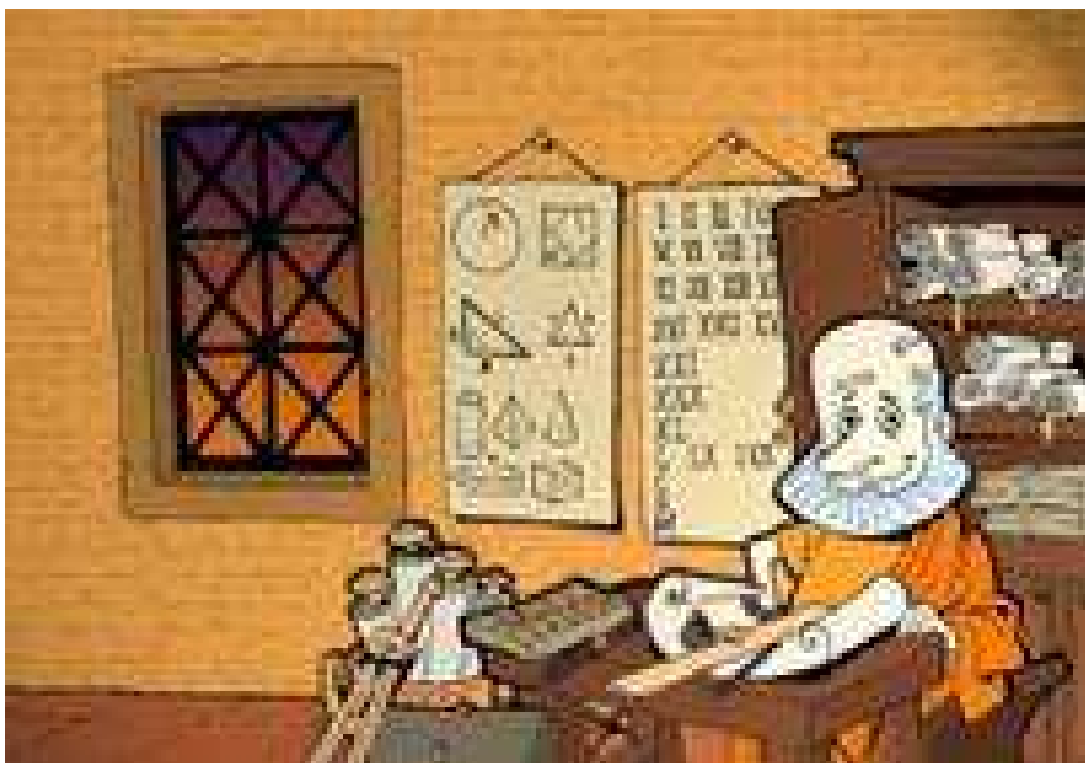
*Ponúkam jednoduché alebo aj mierne podnetné úlohy, v ktorých hrá zaujímavú úlohu číslo 2013.*



1. Stanovte počet prirodzených čísiel od 1 do  $10^6$ , ktoré končia štvorčíslom **2013**.
2. Stanovte, koľko prvočísiel menších než **2013** má ciferný súčet dve.
3. V desiatkovej číselnej sústave stanovte ciferný súčet čísla  $(10^{2013} + 2013)$ .
4. Stanovte poslednú cifru čísla  $(2013^{2013} - 13)$  vyjadreného v desiatkovej číselnej sústave.
5. Stanovte prvú číslicu najmenšieho prirodzeného čísla, ktorého súčet číslic je **2013**.
6. Zapišme za sebou čísla od 1 do 999: 123456789101112131415 ... 997998999. Stanovte, aká číslica je na **2013**. mieste od začiatku.
7. Stanovte hodnotu výrazu
$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2012}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2013}\right).$$
8. Nájdite rôzne trojice prirodzených čísel  $x < y < z$ , ktoré sú riešením rovnice  $x \cdot y \cdot z = 2013$ .
9. Stanovte poslednú cifru desatinného rozvoja čísla  $5^{-2013}$ .
10. Stanovte poslednú číslicu čísla  $(3^{2011} \cdot 7^{2012} \cdot 13^{2013})$ .
11. Zápis čísla  $K$  v desiatkovej sústave sa skladá z **2013** deviatok (999 ... 999). Stanovte, koľko deviatok obsahuje desiatkový zápis čísla  $K^2$ .
12. Encyklopédia má očíslovaných **2013** strán (prirodzené čísla od 1 do **2013** vrátane). Stanovte, koľkokrát sa na očíslovaných stránkach vyskytuje číslica **3**.
13. Stanovte, koľko prirodzených čísel menších než  $10^{2013}$  má ciferný súčet **3**.
14. Stanovte, koľko rôznych štvoríc prirodzených čísel  $x < y < z < t$  je riešením rovnice  $x \cdot y \cdot z \cdot t + 11 = 2013$ .
15. Na tabuli sú napísané všetky čísla od 1 do **2013** (vrátane). Ak najprv označíme z nich všetky, ktoré sú deliteľné dvomi, potom inou značkou označíme všetky čísla deliteľné tromi a na záver označíme zase inou značkou všetky čísla deliteľné štyrmi, stanovte, koľko z čísel na tabuli bude potom označených **práve** dvomi značkami.

### Správne odpovede:

1. počet hľadaných čísel je 100
2. sú len tri také prvočísla (2; 11; 101)
3. ciferný súčet je 7
4. posledná cifra je 0
5. prvá číslica je 6
6. na 2013. mieste od začiatku je číslica 7
7. hodnota výrazu je 1007
8. 1, 3, 671; 1, 11, 183; 1, 33, 61; 3, 11, 61.
9. posledná cifra je 2
10. posledná číslica je 1
11. deviatok je tam 2012
12. číslica 3 sa tam vyskytuje 602 krát
13. požadovaných čísel je 1 361 529 455.
14. (použi  $2002=1\cdot 2\cdot 7\cdot 11\cdot 13$ ) rôznych štvoríc je 7
15. čísel označených práve dvomi značkami je 504



Matematika je široká nádherná krajina,  
otvorená pre všetkých,  
ktorým myslenie prináša skutočnú radosť.

(W. Fuchs)

(vybral a zostavil *Dušan Jedinák*)