

Číselné úlohy pre rok 2012

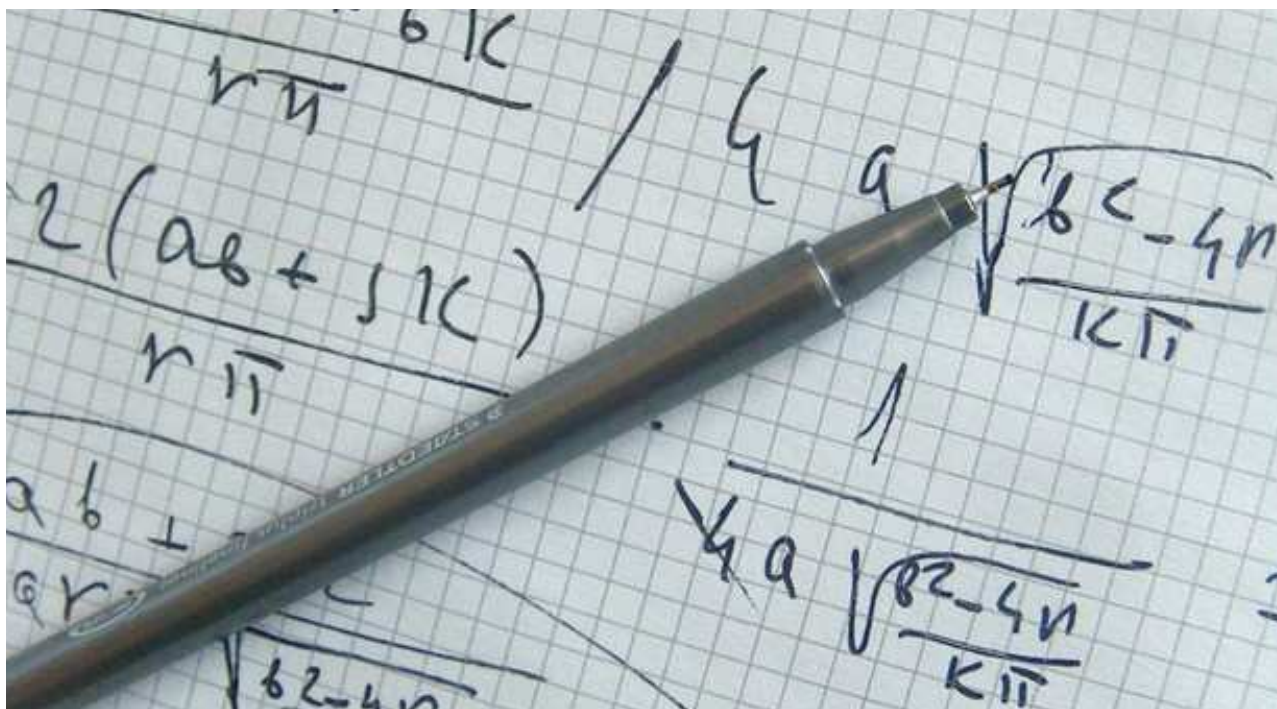
Ponúkam jednoduché alebo aj mierne podnetné úlohy, v ktorých hrá zaujímavú úlohu číslo 2012.



1. Stanovte počet prirodzených čísiel od 1 do 10^6 , ktoré končia štvorčíslom **2012**.
2. Stanovte, koľko prvočísiel menších než **2012** má ciferný súčet dve.
3. V desiatkovej číselnej sústave stanovte ciferný súčet čísla $(10^{2012} + 2012)$.
4. Stanovte poslednú cifru čísla $(2012^{2012} - 12)$ vyjadreného v desiatkovej číselnej sústave.
5. Stanovte prvú číslicu najmenšieho prirodzeného čísla, ktorého súčet číslic je **2012**.
6. Zapišme za sebou čísla od 1 do 999: 123456789101112131415 ... 997998999. Stanovte, aká číslica je na **2012**. mieste od začiatku.
7. Stanovte hodnotu výrazu
$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2010}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2011}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2012}\right).$$
8. Stanovte zvyšok po delení čísla 10^{2012} číslom 15.
9. Stanovte poslednú cifru desatinného rozvoja čísla 5^{-2012} .
10. Stanovte poslednú číslicu čísla $(3^{2010} \cdot 7^{2011} \cdot 13^{2012})$.
11. Zápis čísla K v desiatkovej sústave sa skladá z **2012** deviatok (999 ... 999). Stanovte, koľko deviatok obsahuje desiatkový zápis čísla K^2 .
12. Encyklopédia má očíslovaných **2012** strán (prirodzené čísla od 1 do **2012** vrátane). Stanovte, koľkokrát sa na týchto očíslovaných stránkach vyskytuje číslica **2**.
13. Stanovte, koľko prirodzených čísel menších než 10^{2012} má ciferný súčet 2.
14. Stanovte, koľko rôznych štvoríc prirodzených čísel $x < y < z < t$ je riešením rovnice $x \cdot y \cdot z \cdot t + 10 = 2012$.
15. Na tabuli sú napísané všetky čísla od 1 do **2012** (vrátane). Ak najprv označíme z nich všetky, ktoré sú deliteľné dvomi, potom inou značkou označíme všetky čísla deliteľné tromi a na záver označíme zase inou značkou všetky čísla deliteľné štyrmi, stanovte, koľko z čísel na tabuli bude potom označených **práve** dvomi značkami.

Správne odpovede:

1. počet hľadaných čísel je 100
2. sú len tri také prvočísla (2; 11; 101)
3. ciferný súčet je 6
4. posledná cifra je 4
5. prvá číslica je 5
6. na 2012. mieste od začiatku je číslica 0
7. hodnota výrazu je 1006,5
8. zvyšok po delení je 10
9. posledná cifra je 6
10. posledná číslica je 7
11. deviatok je tam 2011
12. číslica 2 sa tam vyskytuje 615 krát
13. požadovaných čísel je 2025078
14. (použi $2002 = 1 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$) rôznych štvoríc je 7
15. čísel označených práve dvomi značkami je 504



Ž. Krygovská:

Matematika je symbolický univerzálny jazyk, umožňujúci popis rôzneho obsahu, vyjadrujúci presné a jasné myslenie, smerujúce k riešeniu najrozličnejších problémov.

S.V. Kovalevská:

Matematika je najmohutnejšia a najvznešenejšia veda, ktorá odкрýva ľudstvu cestu k poznaniu zákonov prírody.

(vybral a zostavil Dušan Jedinák)