

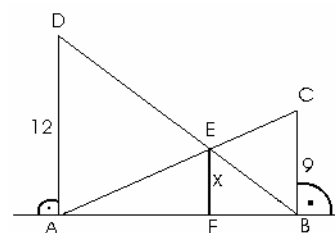


Výsledky vlastného premýšľania sú hodnotnejšie ako všetka získaná cudzia múdrosť.
(C.F. Gauss, 1777–1855)

M úlohy pre G

(test pre gymnazistov)

- Nech sú $a, b, c \in \mathbb{R}$, pre ktoré platí: $a + b + c = 0 \wedge a^2 + b^2 + c^2 = 1$.
Vypočítajte hodnotu výrazu $a^4 + b^4 + c^4$.
- Nájdite čo najmenšie $x, y \in \mathbb{N}$, pre ktoré platí $28x^2 = 75y^3$.
- Stanovte, koľko je párnych prirodzených čísel, v ktorých zápise sa vyskytujú iba cifry 2, 3, 4, 5, a pritom každá najviac raz.
- Vypočítajte veľkosť x podľa údajov na obrázku:
- Vyriešte nerovnicu v \mathbb{R} : $(x - 3)/(x + 5) < x$.
- Koľko percent vody obsahujú sušené huby, ak čerstvé huby obsahujú 90 % vody a po vysušení sme zo 44 kg čerstvých dostali 5 kg sušených?
- Koľko rôznych slov možno získať zámennou poradia písmen slova PROTOPLAZMA, ak žiadne dve samohlásky nesmú byť vedľa seba?
- Vypočítajte, z akej výšky nad Zemou ($R_z = 6370 \text{ km}$) vidí kozmonaut 10 % zemského povrchu (obsah guľového vrchlíka $= 2\pi \cdot R \cdot v$).
- Vypočítajte hustotu materiálu plávajúcej gule ponorenej vo vode do 60 % svojho priemeru.
- Stanovte vzdialenosť priesečníka priamok určených rovnicami $2x + 3y - 18 = 0$ a $3x - y - 5 = 0$ od začiatku súradnicovej sústavy.
- Vypočítajte vzdialenosť priamok DF a BG v kocke $ABCDEFGH$, kde $|AB| = 1$.
- Stanovte, koľko litrov vody zostane v polguľovitej nádobe úplne naplnenej vodou, ak po naklonení o 30° sa z nej vyleje jedenásť litrov vody.



C.F. Gauss
* 30. Apríl 1777
† 23. Február 1855

Správne výsledky:

1. $\frac{1}{2}$ 2. $x = 1260; y = 84$ 3. 32 4. $\frac{36}{7}$ 5. $(-5; -3) \cup (-1; \infty)$
6. 12 % 7. $\frac{7!}{2!} \cdot \binom{8}{4} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 1058400$ 8. približne 1592 km
9. približne $648 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 10. 5 11. $\sqrt{6/6}$ 12. 5 litrov (dmj)