

Bernard BOLZANO – výnimočná osobnosť aj nasledovaniahodný učiteľ

Úvod



Medzi etikou a matematikou, náboženstvom a logikou odžil svoj neľahký osud šľachetný mysliteľ **Bernard Bolzano** (5.10.1781–18.12.1848), profesor pražskej univerzity, mimoriadny zjav kultúrnej minulosti v Čechách. Stal sa úžasným príkladom zosúladenia korektného vedeckého záujmu s ušľachtilou ľudskosťou mravnej autority. Ako nezabudnuteľná učiteľská osobnosť viedol študentov ku kritickému a nezaujatému mysleniu, k odvahe sa slobodne vyjadrovať a správne argumentovať. „*Ak čítame texty B. Bolzana, vždy znovu žasneme nad jasnosťou a presnosťou jeho vyjadrení, dôkladnosťou spracovania a neošúchanosťou myšlienok. Všetko, čím sa zaoberal, sám do hĺbky premyslel, svoje úvahy potom postavil na pevne vybudovaný logický základ a prepojil ich jasnými*

súvislosťami“ (K. Trlifajová). Zdá sa mi, že si treba aj v našich postmoderných časoch pripomenúť život a dielo významného mysliteľa, filozofa i matematika, učiteľa náboženstva i nadšeného spoločenského reformátora, ktorý bol vo svojej dobe starostlivým a citlivým vychovávateľom, prísny a spravodlivý examinátor, pozoruhodným a úspešným učiteľom s neobyčajnou popularitou i morálnou autoritou. Veľmi dobre spoznal, že *viera nás nezabavuje povinnosti používať vlastný rozum a naopak*.

Svedomitý profesor

Už úvodná prednáška presvedčila poslucháčov pražskej univerzity, že mladý, vychudnutý, chorľavý profesor je rozhodnutý odovzdávať filozofické i matematické poznatky s plným nasadením svojich síl a schopností, s láskou i pochopením pre študentské starosti svojich žiakov. Namiesto dohodnutej rebélie sa po jeho prvej prednáške ozval potlesk. Počas celého učiteľského svojho pôsobenia (1806–1819) sa **Bernard Bolzano** nevyhýbal žiadnym študentským a spoločenským otázkam (poslucháčov bolo postupne okolo päťtisíc). Zdôrazňoval úlohu celoživotného štúdia, lebo vzdelanie považoval za nástroj formovania ľudského rozumu: *Bez toho, že by sme preceňovali hodnotu, ktorú poznanie má, musíme všetci uznať, že nevedomosť a omyl pôsobí celému ľudstvu nesmierne zlo... každý človek, pokiaľ je živý, má pokračovať vo svojom vzdelávaní*. Ponúkal spájanie vedomostí z rôznych odborov ľudského poznania vždy so zreteľom k potrebám reálneho života. Pokrokom rozumel postup v smere múdrosti, cnosti a blaženosti. Zasadzoval sa o spravodlivý spoločenský poriadok a jeho mravný základ.



Životný osud

V Čechách prežil celý svoj život. Narodil sa v Prahe **5. októbra 1781** ako štvrté dieťa z dvanástich. Matka bola pražská Nemka, starostlivá a zbožná. Otec pochádzal z Talianska, venoval sa obchodu so starožitnosťami a umeleckými predmetmi. Nadaný Bernard navštevoval nemeckú základnú školu a piaristické gymnázium, súkromne študoval taliančinu, francúzštinu a gréčtinu. Pri štúdiu filozofie (1796–1799) na pražskej univerzite spoznal nový svet. Objavil netradičné súvislosti medzi matematikou, logikou a filozofiou. Všetky školské predmety študoval veľmi svedomito. Filozofickú fakultu absolvoval s vyznamenaním a rozhodol sa ešte pre štúdium teológie (1800–1804). Absolvoval prísne skúšky z matematiky a fyziky, získal doktorát filozofie, stal sa kňazom (1805). Roku 1806 bol menovaný za univerzitného učiteľa náboženstva, napriek tomu, že mal povest' talentovaného matematika (F.J. Gerstner ho považoval za jedného z najlepších matematikov akých poznal) a uchádzal sa o profesúru v tomto odbore. **Bolzano** aj na poste univerzitného

katechétu učil študentov kriticky a nezaujato myslieť. *Omnoho viac ako o šírenie užitočných právd sa musíme usilovať o to, aby sa cvičením u ľudí rozvinula schopnosť úsudku... musíme ich naučiť samostatne rozpoznávať nesprávne úsudky.* Stal sa aj členom matematickej sekcie Kráľovskej českej spoločnosti náuk (1815), neskôr (1841–1848) aj sekretárom jej matematickej a filozofickej sekcie. Bol aj dekanom filozofickej fakulty (1818). Odklon od úradne stanovených osnov ho priviedol k sporu s absolutistickou vrchnosťou v Prahe i vo Viedni. Za bludárske vety (112) z jeho kázni (300), ktoré boli označené za neprispôsobené vieroučným pojmom a potrebám vtedajšej cirkevnej a vládnej moci, získal „prísnu dŕtku“ a „nеспôsobilost ke každé státní službě“. Zosadili ho z miesta univerzitného učiteľa (1819), poslali ho predčasne do výslužby (s ročnou penziou 300



zlatých), zakázali mu verejnú činnosť. Bol prinútený orientovať sa viac na vedné odbory, v ktorých možno slobodne argumentovať a dokazovať – matematiku a logiku. V tichom prostredí Těchobuzi na Pacovsku žil (1823–1841) skromne v rodine priateľa J. Hoffmanna, čo mu umožnilo venovať sa úvahám o všeobecnom ľudskom poznaní aj o spravodlivejšom spoločenskom poriadku. Písal po nemecky, jeho práce vydali žiaci a prívrženci. Chatrné zdravie a tuberkulózne chrlenie krvi mu sťažovalo život. Z jeho jedenástich súrodencov sa dospelého veku dožil iba jeden. V rodine brata Jána, v pražskej Celetnej ulici, strávil **Bernard Bolzano** posledné roky života. Trápený dlhodobou chorobou, zomrel na ťažký zápal pľúc 18. 12. 1848. Za veľkej účasti pražského ľudu ho pochovali na Olšanskom cintoríne v Prahe.

Odborné matematické pojednania

Cenil som si na matematike len to, čo je súčasne filozofiou. Prvá Bolzanova odborná práca bola z matematiky – *Úvahy o niektorých predmetoch elementárnej geometrie* (1804). Ďalšie matematické práce *Príspevky k zdôvodnenejšiemu výkladu matematiky* (1810), *Binomická poučka* (1816), *Rýdzo analytický dôkaz* (1817), *Tri problémy rektifikácie, výpočtov plôch a objemov* (1817) a posmrtné objavené práce *Náuka o funkciách* a *Teória čísiel* (dokončené asi v rokoch 1833–1841, vyšli po česky tlačou až v roku 1931) sú výrazom netradičných úvah a prostriedkov, ktorými sa snažil spresniť matematické postupy. Nimi zanechal trvalú stopu pri výstavbe matematickej analýzy. V práci *Rýdzo analytický dôkaz* dokázal vetu: *Ak funkcia $f(x)$ je v intervale $\langle a, b \rangle$ spojitá a $f(a) \cdot f(b) < 0$, tak v $\langle a, b \rangle$ existuje aspoň jedno c tak, že $f(c) = 0$.* Svojimi prácami bol predchodcom Cauchyho, Cantora, Weierstrassa. **Bolzano** vyslovil nevyhnutnú a postačujúcu podmienku pre konvergenciu postupností, podal presnú definíciu spojitaj funkcie a naformuloval o nej niekoľko dôležitých viet. Popísal konštrukciu spojitaj funkcie v uzavretom intervale, ktorá nie je monotónna v žiadnom čiastočnom intervale a ukázal, že body, v ktorých táto funkcia nemá deriváciu, ležia všade husto v danom intervale. Zaoberal sa a mal rozpracovanú teóriu reálnych čísiel, v mladosti sa pokúšal aj o dôkaz axiómy o rovnobežkách. **Bolzano** vysvetlil pojmy uzavretý, otvorený a polouzavretý interval, presne vymedzil pojmy limity a derivácie. *Matematiku možno definovať ako vedu, ktorá pojednáva o všeobecných zákonoch, podľa ktorých sa veci musia riadiť vo svojej existencii.*



Spoznal, že v matematike sa nemôžeme zaobísť bez dôkazu existencie. Pri každom dôkaze žiadal uviesť všetky predpoklady, používať dané a neuchyľovať sa k cudzorodým pojmom. Naznačil cesty k formalizácii niektorých dôkazových postupov. Mal geniálnu intuíciu, kriticky a originálne zameral svoju pozornosť na precízne definovanie základných pojmov aj v iných vedných odboroch. Pozoruhodným spôsobom predvídal celý rad zásadných problémov modernej formálnej logiky a teórie vedy. Stále platí: *V Bolzanovom diele stále ostáva mnohé, čím by sme mohli po dnes inšpirovať* (P. Zlatoš).

Hra predstáv samých o sebe

Bernard Bolzano ponúkol dôkaz existencie aktuálneho nekonečného množstva právd samých o sebe. Pravda sama o sebe je fakt (výpoveď, poznanie) o tom, ako to skutočne je, bez ohľadu na to, či je to niekým myslené alebo vyslovené. *Niečo je pravda nie preto, že to tak poznáva Boh, ale naopak Boh to tak poznáva, pretože to tak je.* Bolzano vyšiel z tejto predstavy: Existuje aspoň jedna pravda sama o sebe. Ak by to nebola pravdivá výpoveď, tak by bola pravdivá výpoveď: Neexistuje žiadna pravda sama o sebe. Ale to by bola tiež pravda sama o sebe. S tým bude každý súhlasiť, lebo opačné tvrdenie odporuje samé sebe. *Keby neboli pravdy samé o sebe, nemohli by existovať ani žiadne poznané alebo myslené pravdy.* Bolzano tým považoval existenciu aspoň jednej pravdy samej o sebe za rozumovo prijateľnú pre každého. Potom už ľahko ukázal (indukciou, cez výpoveď, že predchádzajúce výpovede samé o sebe sú tiež novou pravdou o sebe), že právd o sebe je možných nekonečne veľa. Pretože kresťanský Boh je vševediaci, obsiahne ich všetky, to znamená nekonečné množstvo právd bude aktuálne (uskutočnené). Božia prozreteľnosť sa tak stala obsiahnutím všetkých právd – uskutočnením (aktualizáciou) nekonečného množstva právd samých o sebe. Nekonečné množstvo právd samých o sebe je vo vedomí Božom (Sensorium Dei). Pre človeka, ktorý sa nedíva Božími očami, strácajú predstavy aktuálneho nekonečna svoje opodstatnenie.

Bolzano prijal názor, že aktuálne (uskutočnené) nekonečné množstvo právd samých o sebe je natrvalo prítomné v Božej obrazotvornosti. Mnohí matematici uverili v bezospornosť pojmu aktuálneho nekonečna, rozpracovali teórie, v ktorých prijali „zrejmé“ spory za „zdanlivé“ (paradoxy). Nimi konštruované matematicko-logické modely tieto ťažkosti vysvetľujú tak, že ich môžeme intelektuálne prijať ako javy, ktorými sú charakterizované naše predstavy o nekonečných množinách. Rukami to nemožno uchopiť, ale rozum to pochopí.

Prenikavá logika pojmov



Hlbokým odkazom v oblasti sémanticky založenej koncepcie logiky je monumentálne Bolzanovo *Vedoslovie* [*Vědosloví* s podtitulem *Pokusy o zevrubné a větším dílem i nové vylíčení logiky se stálým zřetelom k jejímu dosavadnímu zpracování*; štvorzväzkové; hlavné časti: *Fundamentálna náuka* – problematika objektívnych právd, *Elementárna náuka* – poňatie základnej logiky (pojmy, výroky, úsudky), *Náuka o poznaní* – analýza procesu myslenia, *Heuristika* – objavovanie vedeckých poznatkov, *Samotné vedoslovie* – metodológia vedeckého postupu, oznamovanie jeho výsledkov; 718 paragrafov], dokončené asi v rokoch 1829–1830, ktoré vyšlo anonymne až r. 1837. **Bolzano**, vychádzajúc zo svojich filozofických a etických princípov, snažil sa hľadať postupy pri usporiadaní právd pre jednotlivé vedy a spôsob ich výkladu v učebniciach. *Predovšetkým som si stanovil pravidlo, že ma žiadna zrejmosť predpokladu nedonúti k tomu, aby som sa cítil zbavený povinnosti hľadať preň dôkazy tak dlho, pokiaľ jasne neuvidím, že nemožno a prečo nemožno požadovať žiadny dôkaz.* Napriek nadmernému rozsahu, rozvláčajúcej forme výkladu i úzkostlivej presnosti argumentácie toto dielo prispieva k pozoruhodnej úprave logicko-metodologických a filozoficko-matematických základov poznávania.

Vykročenie za pochopením uskutočneného nekonečna

Paradoxy nekonečna, napísané v rokoch 1847–1848, ktoré prvý raz vyšli r.1851, obsahujú základné idey o práci s nekonečnými množinami. Na túto prácu sa odvolával aj tvorca teórie množín Georg Cantor. **Bolzano** rozlíšil konečnú, spočítateľnú a nespočítateľnú množinu, uznával aktuálne nekonečno. Dokázal, že vlastná podmnožina nekonečnej množiny môže byť s ňou samou ekvivalentná. **Bernard Bolzano** dospel až k pojmom mohutnosti množiny a mohutnosti kontinua, ale nevyužil ich. Medzi prvými pochopil význam nekonečna v matematike a vytušil dôležitosť presných definícií. Napísal: *Konečné a nekonečné sa vzťahuje na určité vnútorné vlastnosti predmetov a vôbec sa netýka len ich vzťahov k našej poznávacej schopnosti či dokonca k našim*

zmyslom. S poznaním Bolzanových filozoficko-matematických predstáv rastie aj naše presvedčenie, že sa dá vystihnúť možné ako skutočné, že je prípustné obmedzenie neukončeného, že aj nekonečnu patrí naprostá určitosť. V dnešnej psychoanalýze matematiky (teórie množín) majú Bolzanove názory o zmysle a význame aktuálneho nekonečna nezanedbateľnú úlohu.

Pozorne vnímal aj spoločenské okolie

Otvorene a netradične sa vyjadroval nielen o problémoch náboženských, mravných, ale aj o sociálnych a národných. Vnímal právo poddaných na odpor proti nespravodlivosti. Svoje utopické predstavy o riadení spoločnosti zverejnil **Bolzano** v práci *O najlepšom štáte* (prvá verzia bola napísaná v 20. rokoch 19. storočia, v roku 1831 ju venoval svojej priateľke A. Hoffmannovej, neskôr prácu dopĺňal a upravoval, dokončená bola až v prvej polovici 40. rokov, rukopis koloval medzi priateľmi a bol opisovaný; tlačou práca vyšla nemecky v roku 1932 a česky roku 1934). Je odrazom ideí o všeobecnom blahu ako najvyššom mravnom zákone, uznaním toho, že *podstatné je cítiť v každom človeku dôstojnosť ľudskej prirodzenosti*. Vždy sa snažil ukazovať ako zabrániť neospravedliteľnému zlu a neľudskému trápeniu, ako spojiť tvorivý intelekt, nezištnú spoluprácu a slúžiacu zodpovednosť spoločenskej praxe. *Nič na svete nesmieme mať za istejšiu a nepochybnejšiu ako zásadu, že všetci pozemšťania sa vyznačujú v podstate rovnakou prirodzenosťou a majú v podstate rovnaké práva... Každý boháč namiesto toho, aby si robil nárok na zvláštne prejavy úcty, by mal cítiť kvôli svojmu bohatstvu potrebu ospravedlnenia a obhajoby.*



Premýšľavé náboženstvo

Katolícky osvietenec **Bolzano** vedel, že výchova a vzdelávanie sú užitočným prostriedkom pre zúšľachtenie každého človeka i ľudstva ako celku. Chcel ukázať kresťanstvo v súlade s ľudským intelektom a presvedčiť o zmysluplnej spolupráci náboženskej viery a kritického myslenia v živote každej osobnosti. *Při výkladu každé pravdy, ktorá se má státi přesvědčením žáků, je nutně třeba dbáti této zásady: aby všechny námitky, které proti ní vzneseny, ..., byly aspoň krátce dotčeny, neboť setká-li se žák později s některou z těchto námitek, které mu byly zamlčeny, jest jen zřídka s to, aby ji bez návodu patřičně rozřešil, a jest pak ve své víře zmaten.* Rozvoj kritického myslenia je aj doménou logiky, metodológie vied i matematiky. V nich sú podnetné impulzy nielen pre vzdelanosť (logická stavba prejavu, znalosť definícií pojmov, argumentmi podložený výklad), ale aj pre mravnosť, múdrosť i cnosť každého človeka v nezištnej činorodej spolupráci celého ľudstva.

Pedagogika ako súlad slov a skutkov



Z odkazu významných učiteľov, ktorí dokázali zosúladiť slová so skutkami a osobným životom zostane vždy niečo pozitívne vo vedomí ich žiakov, aj keď sa ich cesty rozídu. Takou pedagogickou osobnosťou bol bez pochyb aj profesor **Bernard Bolzano**, ktorý si ešte ako začínajúci vychovávateľ predsavzal: *Mojou prvou povinnosťou musí byť, aby som si získal lásku svojich žiakov*. Svojou výchovno-vzdelávacou činnosťou povzbudil mnohých v presvedčení, že pravdivé poznanie, cnostná mravnosť a nezištná osvetová spolupráca prispievajú k dokonalosti ľudského rodu. Pedagogické umenie je aj v tom, systematicky zúšľachťovať zároveň ľudský um aj cit. K tomu patrí aj skromné, dôstojné a láskavé vystupovanie v škole aj na verejnosti. Od učiteľov na základných alebo na stredných školách nemusíme vyžadovať nadpriemerné vedomosti, ak *učiteľ bude človek dobrý, so zdravým rozumom a veselou myslou, ak bude mať trochu lásky pre povolanie a ak bude náležite poučený, ako si v učiteľskej službe počínať.*

Dnes je možno zrejmé

Bolzano mal nesporne špekulatívne nadanie a schopnosť kriticky posudzovať logickú argumentáciu. Ponúkal svoje názory, ku ktorým sa dopracoval svojím intelektom sám, aj keď často

neboli podporované dôverou všetkých. Napriek tomu, bol svojím okolím považovaný za zbožného, veľmi vzdelaného a duchom osvieteného kňaza, ktorý v nezištnej spolupráci s blížnymi napomáhal blahu celého ľudstva. *Ani v hodinách najťažšej bolesti som nezakolísal vo viere v Boha a jeho prozreteľnosť.* Katolícka kresťanskosť, ale aj duchaplné logicko-matematické predstavy mu prinášali nepochybnú radosť krehkého tela a povznášajúcej sa duše. Vnímal každú hlbokú náboženskú vieru i rozsiahle logicko-matematické vedomosti ako dve strany univerzálnej mince – ľudskej intelektuálnej schopnosti poznávať pravdu samú o sebe. Dnes je možno zrejmé, že univerzitný učiteľ **Bernard Bolzano** zanechal zmysluplný odkaz láskavej múdrosti nielen v spoločensko-náboženskej oblasti, ale aj na poli vedecko-matematickej metodológie. Možno aj pre učiteľov matematiky na všetkých druhoch a stupňoch škôl, zostanú aspoň trochu inšpirujúce jeho slová: *Slabý matematik nebude nikdy mocným filozofom... aby to, čo možno bolo povedané nejasne, bolo vysvetlené jasnejšie, to, čo je úplne nesprávne, bolo odvolané, ale všetko správne a pravdivé, aby čo najkôr bolo všeobecne prijaté.*



Žije v našich predstavách



Múdry a ušľachtilý **Bernard Bolzano** zostane dejinách zapísaný ako významný matematik, logik, filozof i sociálny mysliteľ. Ako človek pokrokový, ktorý svoje presvedčenie, vedecké i humanistické, nielen hlásal, ale aj žil. Podarilo sa mu vytvoriť obdivuhodné dielo zjednocujúce morálne ideály s prísnou vedeckou metódou, praktické postupy bádania s teoretickou logikou, oduševnenie pre pojmovú usporiadanosť so skutočnými formami pravdy a sveta. Myšlienka Isokratova, ktorú použil ako motto svojej prvej vedeckej práce, je zaujímavým postrehom, výstižnou charakteristikou i podnetným impulzom: *Vo vedách i vo*

všetkých ostatných oblastiach neprinášajú pokrok tí, ktorí krčkovite zotrávajú na ustálenom stave vecí, ale tí, ktorí sa usilujú o lepšie, tí, ktorí sa odvážia stále meniť všetko, čo nie je v poriadku.

Bernard Bolzano „otvoril obdobie skutkov v prístupe k aktuálnemu nekonečnu“ (P. Vopěnka) a stal sa aj nasledovaniahodným príkladom zosúladenia korektného vedeckého záujmu s ušľachtilou ľudskosťou mravnej autority. Prispel k harmonizácii pojmovej usporiadanosť so skutočnými formami pravdy vo svete. Ako nezabudnuteľná učiteľská osobnosť zostane zapísaný nielen medzi najprenikavejších mysliteľov 19. storočia v Čechách, ale aj do množiny nezabudnuteľných postáv európskej kultúrnej civilizácie.

(Dušan Jedinák)

