

M úlohy pod vianočný stromček

Úloha:

Nájdite najmenšie prirodzené číslo, ktorého ciferný súčet je **2011**.

Riešenie:

Ak má byť prirodzené číslo s daným ciferným súčtom **čo najmenšie**, musí mať **čo najviac číslic 9**. Pretože $2011 = 223 \cdot 9 + 4$, hľadané číslo je 4 99 9 (jednotka a za ňou 223 krát číslica 9).

Úloha:

Zapíšme za sebou čísla od 1 do 999:
12345678910111213 ... 997998999.
Aká číslica je na **2011**. mieste od začiatku?



Riešenie:

Jednociferných čísel je 9. Zaberajú 9 miest.

Dvojciferných čísel je 90 (od 10 do 99). Zaberajú 180 miest.

Trojciferných čísel je 900 (od 100 do 999). Zaberajú 2700 miest.

Hľadané 2011. miesto je 1822. (20011 mínus 189) miesto medzi trojcifernými číslami.

Na 1822 miest sa zmestí (1822 : 3) 607 trojciferných čísel a ešte jedna cifra.

607. trojica cifier v postupnosti 100101102... je číslo 706 (lebo 100 je prvá trojica, 101 je druhá trojica a teda 706 je 607. trojica) za ním nasleduje 707, teda číslica na 2011. mieste je **7**.

Úloha:

Zápis čísla K v desiatkovej sústave sa skladá z **2011** deviatok (999 ... 999). Stanovte, koľko deviatok obsahuje desiatkový zápis čísla K^2 .

Riešenie:

Môžeme napísať, že $K = 10^{2011} - 1$ (to číslo je vytvorené z 2011 deviatok za sebou).

Potom $K^2 = (10^{2011} - 1)^2 = 10^{4022} - 2 \cdot 10^{2011} + 1$. Ak to v náznačkovom zápise rozpíšeme, je to takto:

1000 ... 000 ... 000 (4022 núl vedľa seba)

– 2 000 ... 000 (2011 núl vedľa seba)

9 ... 98 000 ... 000 (je tam 2010 deviatok, jedna 8, a 2011 núl vedľa seba)

teda K^2 obsahuje **2010** deviatok