

M úlohy pre študentský časopis

Pravdovravní poslucháči

Úloha: Medzi tridsiatimi šiestimi mladými ľuďmi sú pravdovravní (vždy povedia pravdu) aj klamári (vždy klamú). Každý z nich má rád **práve jednu** činnosť: buď spev alebo tanec alebo štúdium matematiky. Keď **každému z nich** položili tri otázky: *Máš rád spev? Máš rád tanec? Máš rád štúdium matematiky?*, dostali na prvú otázku 8 kladných odpovedí, na druhú 12 kladných odpovedí a na tretiu 20 kladných odpovedí. **Koľkí poslucháči sú klamári?**

Riešenie:

Označme **počet klamárov** x . Odpovede každého z nich na zadané otázky budú dvakrát *áno* a raz *nie*. Počet pravdovravných je $(36 - x)$ a odpovede každého z nich sú raz *áno* a dvakrát *nie*.

A. Cez *áno*: Kladných odpovedí spolu je $2 \cdot x + (36 - x) = 8 + 12 + 20$.

Potom platí $x = 4$.

B. Cez *nie*: Záporných odpovedí spolu je $3 \cdot 36 - (8 + 12 + 20) = 68$,

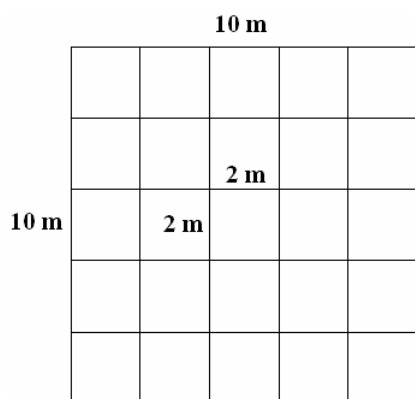
$68 = x + 2 \cdot (36 - x)$. Potom $x = 4$.

Medzi poslucháčmi sú štyria klamári.

Sú takí, aj keď nevieme, ktorí sú to

Úloha: Dokážte, že ak v miestnosti s rozmermi 10x10 metrov je 27 osôb, potom aspoň dve osoby sú od seba vzdialené menej ako 3 metre.

Riešenie:



Rozdeľme miestnosť s rozmermi 10 x 10 metrov na štvorce so stranou dĺžky 2 metre. Týchto štvorcov je 25. Pretože osôb je 27 (teda viac než 25), musia sa **aspoň dve osoby** nachádzať v (niektorom) jednom štvorci (ak by osôb bolo najviac 25, mohli by byť rozmiestnené tak, že v každom štvorci **je najviac jedna** osoba) a teda ich vzdialenosť je menšia alebo sa rovná dĺžke uhlopriečky štvorca so stranou 2 metre. Podľa Pytagorovej vety pre veľkosť u uhlopriečky štvorca so stranou 2 m platí $u^2 = \sqrt{8} = 2,83... \text{ metra}$ a to je menej ako 3 metre. Teda, ak v

miestnosti so spomínanými rozmermi je prítomných 27 osôb, tak tam skutočne musia existovať aspoň dve osoby (aj keď ich nevieme jednotlivo určiť), ktoré sú od seba vzdialené menej ako 3 metre.

(dmj)