

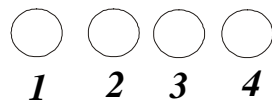
Záhada dvanástich dukátov

Úloha: Medzi dvanástimi dukátmi je jeden falošný (nemá rovnakú hmotnosť ako ostatné). Stanovte postup, akým nájdete tento falošný dukát **najviac tromi váženiami** na rovníramenných váhach, ak nie sú k dispozícii žiadne závažia.

Riešenie:

Ak rozdelíme 12 dukátov na tri skupiny po 4 dukátoch, porovnaním niektorých dvoch skupín môžu nastať v podstate dve možnosti:

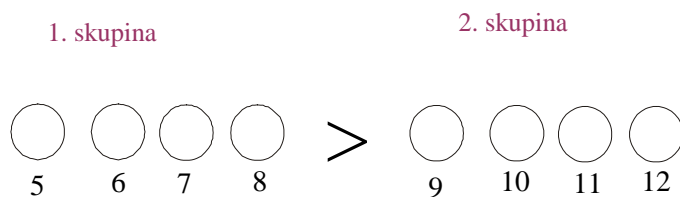
A. Zvolené dve skupiny **majú rovnakú hmotnosť**, to znamená, že falošný dukát sa nachádza v zostávajúcej tretej skupine a všetky dukáty porovnávaných skupín sú pravé. Označíme teda dukáty zo zvyšnej skupiny nasledovne:



Porovnajme teraz dukát **1** a **2** s niektorými dvoma pravými dukátmi (sú v rovnovážnych skupinách). Môžu nastať opäť dve možnosti:

- Ak sa hmotnosti rovnajú, znamená to, že falošný dukát je **3** alebo **4**. Zoberieme dukát **3** a porovnáme ho s niektorým už pravým dukátom. Ak sú hmotnosti rovnaké, falošný je dukát **4**, ak nie, tak je falošný dukát **3**.
- Ak sú hmotnosti rozdielne, znamená to, že falošný je buď dukát **1** alebo dukát **2**. Porovnáme dukát **1** s niektorým pravým dukátom. Ak sa hmotnosti rovnajú, falošný je dukát **2**. Ak nie, falošným dukátom je dukát **1**.

B. Zvolené dve skupiny (po štyroch dukátoch) **nemajú rovnakú hmotnosť**. Nech prvá skupina má vyššiu hmotnosť.



Označme si dukáty oboch skupín postupne číslami 5 až 12 (pozri obr.), a všetky ostatné dukáty, o ktorých už vieme, že sú pravé, ako 1 – 4.

To znamená, že falošný dukát sa nachádza v jednej z dvoch prvých skupín (5 – 8 môžu byť ťažšie, 9 – 12 môžu byť ľahšie) a všetky dukáty v tretej skupine sú pravé.

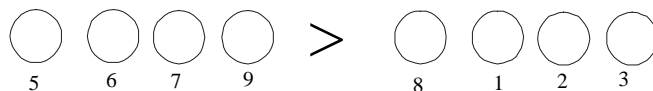
Rozdelíme teraz dukáty 5 – 12 do skupín nasledovným spôsobom



(kde o dukátoch 1 – 3 už vieme, že sú pravé)
a porovnáme ich (mimo zostali 10, 11, 12 a pravý dukát 4).

Potom ich vážením môžu nastať tri možnosti:

a)



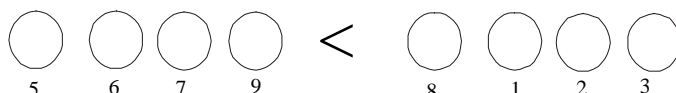
Ak nastane tento prípad, znamená to (dukát 9 mohol byť ľahší, ale nie je), že falošný (ťažší) dukát je 5, 6, alebo 7.

Zoberieme teda dukát 5 a 6 a porovnáme ich medzi sebou.

Ak majú rovnakú hmotnosť, falošný je dukát 7.

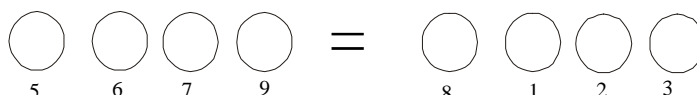
Ak nie, falošný je ten s vyššou hmotnosťou.

b)



Ak nastane tento prípad, znamená to, že falošný dukát je dukát 8 (ťažší) alebo 9 (ľahší). Zoberme teda dukát 8 a porovnajme ho s niektorým už pravým. Ak sa hmotnosti rovnajú, falošný je 9. Ak nie, je to 8.

c)



Ak nastane tento prípad, znamená to, že falošný dukát je medzi 10 – 12, o nich už vieme, že môžu byť ľahšie.

Zoberme teda dukát 10 a 11 a porovnajme ich medzi sebou.

Ak sa ich hmotnosti rovnajú, falošný je dukát 12.

Ak nie, falošný je dukát s nižšou hmotnosťou z posledného váženia.

(dmj)

