

S DÔVEROU UPLATNILI MATEMATIKU

Dušan JEDINÁK

Kľúčové slová: filozofia matematiky, história matematiky, matematická kultúra.

1. Úvod

K tým, ktorí prispeli premýšľaním nad súvislosťami pozorovaných javov a našli novú pravdu užitočnú pre ľudský život, patria aj **Leonardo da Vinci** (1452–1519) a **Galileo Galilei** (1564–1642), lebo svojimi ideami obohatili svet nášho poznania. **Leonardo da Vinci** ukázal ideály umenia ako službu krásy, **Galileo Galilei** zvýraznil prírodnú vedu ako službu pravde. O oboch vieme ukázať, že nepohrdali matematikou. Spomienkou (okráhľe výročia v roku **2009**) na ich život a dielo ponúkame procesy vnímania krásy a účelnosti vedy aj ako lásku k múdrosti, ako pocit chápania úžasnej skutočnosti.

2. Leonardo da Vinci – záhadný sveták nadšený matematikou

2.1 Všestranne talentovaný



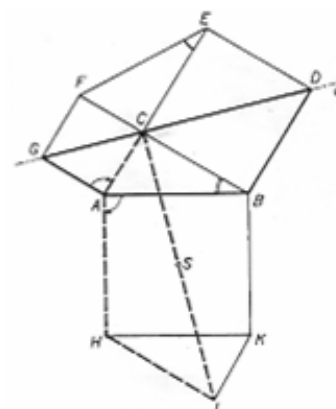
Bol maliarom, architektom, staviteľom, vynálezcom. Vyznačoval sa obratnosťou, odvahou, veľkodušnosťou i ušľachtilosťou. Venoval sa aj geometrii. *Najväčšiu radosť telu dáva svetlo slnka, najväčšiu radosť duchu jas matematickej pravdy.*

Leonardo da Vinci (15. 4. 1452 – 2. 5. 1519) svojím renesančným duchom zasiahol do mnohých oblastí ľudského poznania: študoval anatómiu ľudského tela i let vtákov, zostrojil užitočné mechanizmy, riešil problémy hydrauliky, vodných diel, mostov i kanálov. Zdôrazňoval nevyhnutnosť experimentov ako mostu medzi teóriou a praxou. Každú pravdu podriaďoval kontrole pozorovaním a rozumom. Povýšil empirické skúmanie na moderný spôsob poznávania: *Pokus sa nikdy nemýli, mýlia sa iba naše úsudky... Ani jedno ľudské bádanie nemožno nazvať pravou vedou, ak neprejde matematickými dôkazmi.*

2.2 Aj s matematickým dôkazom

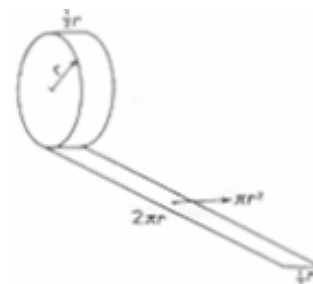
S jeho menom je spojený aj jeden z dôkazov všeobecne známej Pytagorovej vety. **Leonardo** vychádzal z vhodne nakresleného obrázku:

Uvidel, že pravouhlý trojuholník ABC je zhodný s trojuholníkom FCE i s trojuholníkom KLM . Vybádal, že šesťuholník $ABDEFG$ je súmerný podľa osi DG a šesťuholník $ACBKLH$ je súmerný podľa stredu S štvorca $ABKH$. Zistil, že otočením okolo stredu A o 90° prejde štvoruholník $GABD$ do štvoruholníka $CAHL$. To znamená, že šesťuholníky $ABDEFG$ a $ACBKLH$ majú zhodný obsah: $a^2 + b^2 + a \cdot b = c^2 + a \cdot b$. Z toho vyplýva, že $a^2 + b^2 = c^2$ a to je tvrdenie Pytagorovej vety.



2.3 Štvorec s rovnakým obsahom

Leonardo ponúkol aj zaujímavú neeuklidovskú konštrukciu kvadratury kruhu: Ak zostrojíme valec o výške $r/2$ s kruhovou podstavou o polomere r , bude mať jeho plášť obsah $S = \pi \cdot r^2$. Ak urobíme s týmto valcom „stopu valením“ (pozri obr.), dostaneme obdĺžnik s obsahom $\pi \cdot r^2$. Z neho už ľahko skonštruujeme pomocou Euklidovej vety štvorec s rovnakým obsahom.



2.4 Obraz so známym pomerom

Profesor matematiky **Luca Pacioli** (asi 1445–1514) vyjadril úžas nad „zlatým rezom“ (rozdelenie úsečky na dve časti tak, že pomer dĺžky pôvodnej úsečky k väčšej časti je rovnaký ako pomer dĺžky väčšej časti k menšej) až tridsiatimi prídavnými menami: *Zlatý rez pôsobí na nás podstatne, zvláštne, nepopísateľne, ..., najdôstojnejšie*. Tento veľmi známy pomer nesie aj označenie *divina proportio – božský pomer*. V roku 1509 vyšla jeho knižka *O božskej úmere*. V nej jeho priateľ **Leonardo da Vinci** znázornil „zlatý rez“ v stavbe ľudského tela. Vtedajší maliari často využívali tento významný *božský pomer* vo svojich obrazoch.

2.5 Vytušil tajomstvá



Leonardo bol majstrom šerosvitu (*Medzi jasom a temnotou, medzi svetlom a tieňom, je ešte niečo, čo nemožno nazvať ani tieňom, niečo, čo v rovnakej miere obsahuje svetlo i tmú.*), učaroval spojením kresby v duchovnej a technickej jednote štýlu i prevedenia. Maliarstvo považoval za najvznešenejšiu vedu, právoplatnú dcéru prírody. Tvorbu chápal ako súperenie umelca s prírodou. Chcel vystihnúť dianie v prírode, myšlienky v človeku. Zdôrazňoval význam perspektívy, kompozície, osvetlenia spolu so zvýraznením ľudskej postavy, jej pohybu i postojov. Známa jemnosť záhadného úsmevu *Mony Lisy* možno naznačuje chladné svetlo myšlienky toho, kto vie, čo ostatní ešte nevedia. **Leonardo da Vinci** spoznal, že *kto neverí vo vrcholnú istotu matematiky, zostáva v zmätku a nikdy neumelí rozpory sofistikovaných vied, ktoré učia ľudí večnému kriku*.



2.6 S pohľadom do budúcnosti

Leonardo da Vinci bol mužom univerzálneho poznania, s veľkým výtvarným nadaním i technickou zručnosťou. Vnímal harmóniu vedeckého aj umeleckého myslenia, potrebu rovnováhy ľudských zmyslov a rozumu. Hľadal aj Boha, očami, nie kolenami. Zápasil o ucelený obraz zmysluplného sveta i človeka. *Láska víťazí nad všetkým*. Vlastným skúmaním poodhalil závoj tajomstva prírody i ľudského umu. Spoznal krásu i funkčnosť. Vytušil aj obdivuhodnú mohutnosť a účinnosť matematického myslenia. Veľký umelec zistil, že *nieť pravej istoty v tých vedách, v ktorých sa neobjavuje matematika*. Značil si svoje i cudzie nápady – aforizmy, hádanky, žarty i príbehy, bájky, poznámky. O cene života si zaznamenal: *Domnieval som sa, že sa učím žiť, a zatiaľ sa učím zomierať*.



3. Galileo GALILEI – natrvalo zvedený matematikou

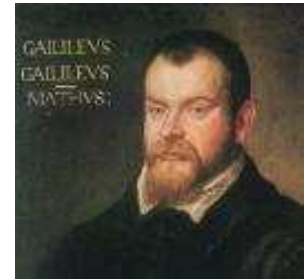
3.1 Zameranie života



Pochádzal zo starej váženej florentskej rodiny. Narodil sa v Pise 15. februára 1564, v roku, keď zomrel Michelangelo Buonarroti. Stal sa vrstovníkom Shakespeara, Descarta, Keplera a Rubensa. Žil v dobe doznievajúcej renesancie, vo vlnách reformácie a protifeudálnych vzbúr. Od otca pochytil vzťah k hudbe a literatúre. Už v mladosti rád konštruoval modely strojov a mechanických hračiek. Gréčtinu a latinčinu si osvojil v kláštore Vallombros. Na žiadosť otca šiel študovať medicínu na univerzitu v Pise.

Lekárstvo v tej podobe, ako sa vtedy vyučovalo, nebolo pre neho príťažlivé. Ostilio Ricci zasvätil mladého Galileiho do Euklidovej matematiky a Archimedových výpočtových aplikácií vo fyzike. Nový svet racionálnych dôkazov, presných vzorcov a logického myslenia mladého Galileiho očaroval. Spoznal, že matematika je prostriedok poznávania a presného popisu prírodných javov:

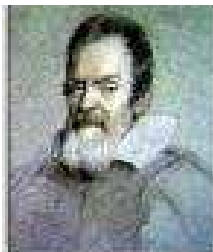
Príroda je napísaná vo veľkej knihe, ktorú máme stále otvorenú pred sebou. Myslím tým vesmír. Tejto knihe porozumieme, ak si osvojíme jej jazyk a spoznáme litery, ktorými je napísaná. Jej jazyk je jazykom matematiky a písmenami sú trojuholníky, kruhy a iné geometrické útvary. Odvtedy sa nezaujímal o nič iné ako o matematiku a fyziku. Ak by som sa mal znovu začať vzdelávať, tak by som postupoval podľa Platónovej rady a začal by som najskôr s matematikou ako vedou vyžadujúcou presnosť a presadzujúcou za pravdivé iba to, čo z dokázaného vyplýva ako dôsledok.



Vzhľadom na svoje bohaté vedomosti a na príhovor matematika Guidobalda del Monte dostal **Galilei** v roku **1589**, i napriek tomu, že nemal žiadny diplom, miesto na katedre matematiky na univerzite v Pise. Roku 1592 presídlil na univerzitu do Padovy. Tam pôsobil celých osemnásť rokov. Roku 1610 prijal ponuku Cosima II. a stal sa vo Florencii "prvým matematikom a filozofom vojvodu toskánskeho".

3.2 Cesta výskumov i objavov

Galilei uskutočnil svoj prvý objav v roku 1583. Zistil, že doba kyvu kyvadla nezávisí od jeho hmotnosti a veľkosti rozkvyvu, ale mení sa iba s dĺžkou kyvadla. Svoj vynález hydrostatických váh a stanovenie poučiek o určovaní ťažiska niektorých pevných telies opísal v roku 1586. Termoskop ako prototyp teplomera a stroj na zdvíhanie vody ho zamestnávali do roku 1593. V roku **1609** pri pobyte v Benátkach sa dozvedel o holandskom vynáleze ďalekohľadu. Sám skonštruoval pomerne účinný ďalekohľad a ako prvý ho použil na astronomické pozorovanie.



Noc na 7. januára 1610 bola priaznivá pre pozorovanie oblohy. **Galileo Galilei** zamieril ďalekohľad na Jupiter. V jeho blízkosti zbadal štyri slabé "hviezdičky". Nasledujúcu noc svoju polohu nápadne zmenili, ale predsa sa len držali v jednej čiare blízko ekliptiky: zrejme krúžili okolo Jupitera. Obloha odhalila novú pravdu nebeskej mechaniky. Už predtým **Galilei** spoznal, že povrch Mesiaca nie je plochý, ale že z neho vystupujú horské hrebene a je pokrytý krátermi. Pomocou ďalekohľadu rozpoznal v bledom páse Mliečnej cesty zástupy jednotlivých hviezd. Vesmír v poli ďalekohľadu zjavoval nové rozmery a nečakané situácie.

Neskôr pomocou ďalekohľadu odhalil slnečné škvrny a objavil Venušine fázy. Predstava rotujúceho Slnka, odraz slnečného svetla od Mesiaca a Venuše, pohyb Jupiterových mesiačikov, to všetko presvedčovalo o Koperníkovej pravde: Stredom vesmíru je Slnko, planéty a Zem ako planéta krúžia okolo neho. Tradičné geocentrické názory sa otriasli.

3.3 Nové súvislosti – zmena názoru

Svoje astronomické objavy uverejnil po latinsky v roku 1610 v spise *Sidereus nuntius – Hviezdny posol*. Galileiho oči uvideli nové „hviezdy“, ich fyzikálne zvláštnosti a meniace sa polohy. Jeho pozorná dedukcia ho nezadržateľne viedla k zmene názoru na planetárny systém. Rozchod s neudržateľnou tradíciou bol už iba logickým dôsledkom: *Biblia učí ako sa dostať do neba, a nie ako sa nebo točí. Galilei* bránil vedu ako pravdivého interpreta prírody tým, že odhaľoval zákony stvoreného sveta. Bol pevne presvedčený o tom, že *dve pravdy si nemôžu nikdy odporovať... Skutočne si nemyslím, že by bolo treba pripustiť: že ten istý Boh, ktorý nám dal zmysly, rozum a pochopenie, by chcel, aby sme zanedbávali ich použitie, že by nám poučenie, ktoré môžeme dostať cez ne, poskytol iným spôsobom a že by nás takto chcel priviesť k popretiu skúsenosti a rozumu.*



Matematika ani fyzika neboli vtedy rozhodujúcimi argumentmi. Autoritou bolo Písmo sväté a cirkev. Neslávne spory o Koperníkovej náuke priviedli nádejného vedca do Ríma (1611). Vtedy ešte obhájal svoje astronomické objavy a z nich vyplývajúce netradičné hypotézy. Odvtedy sa polemika ideologickej moci a

túžby po pravde prírody už iba stupňovala. Cesta do Ríma (1633) priviedla starnúceho Galileiho k pokoreniu a mocenskému popretiu jeho objavov. Ďalších deväť rokov prežil v Arcetri neďaleko Florencie, kde aj zomrel 8. 1. 1642. Pochovaný je v kostole Santa Croce vo Florencii. Až po 95 rokoch mu tam postavili dôstojný náhrobok.

3.4 Osud reformátora



Galileo Galilei vydal v roku 1632 svoj slávny spis *Dialóg o dvoch najväčších svetových sústavách*. Tam rozvinul nové myšlienky, definoval pojem rýchlosti a zrýchlenia. Rozobral problém skladania pohybov a sformuloval myšlienku relativnosti pohybov. *Galileiho princíp relativity* sa stal jedným zo základných postulátov klasickej mechaniky. Napriek tomu, že rímska cenzúra schválila vydanie *Dialógu*, spor o nový svetozor vyvrcholil inkvizíčným súdnym procesom v roku 1633. Vo veľkej sále kláštora Santa Maria sopra Minerva v stredu 22. júna 1633 skoro sedemdesiatročný **Galileo Galilei**, po vyslovení podozrenia z kacírstva, podpisuje odvolanie. Vnútorne presvedčenie o istote matematických zákonov potvrdených experimentom sa nezmenilo: *Keď môj rozum a moje experimenty sa v niečom zhodujú, nerobím si nič z toho, že to odporuje mienke väčšiny ľudí*.

3.5 Overenie časom

Galilei zostane príkladom vedca, ktorý objavil matematické zákony v lone prírody, aby hľadal pravdu, ktorá pomáha človeku pri pochopení vesmíru. *Základný motív Galileiho diela vidím vo vášnivom boji proti akejkoľvek viere opierajúcej sa o autoritu. Jediným kritériom pravdy bola pre neho vlastná skúsenosť a svedomitá rozvaha. Dnes si už ťažko môžeme predstaviť akým nebezpečným a revolučným bol takýto postoj v jeho dobe*. Týmito slovami vystihol všeobecný prínos života a diela G. Galileiho známy fyzik **Albert Einstein** (1879–1955). Slávny nemecký matematik **David Hilbert** (1862–1943) raz v debate o G. Galileiovi poznamenal: *Len idiot môže veriť, že vedecká pravda potrebuje mučeníctvo; to je možno nevyhnutné v náboženstve, ale vedecké výsledky sa overujú časom*.



Vo Vatikánskej akadémii vied 10. novembra 1979 pri príležitosti stého výročia narodenia A. Einsteina pripomenul pápež **Ján Pavol II.** (1920–2005): *Chcel by som, aby teológovia, vedci a historici úprimne sa riadiac ideou spolupráce, hlbšie analyzovali prípad Galileiho a otvorene priznali vinu tým, na kom skutočne leží, aby pomohli vykoreniť nedôveru, ktorú táto záležitosť ešte stále vyvoláva v hlavách mnohých, prekážajúc dôjsť k plodnému súhlasu medzi vedou a vierou...* V sobotu 31. 10. 1992 pápež zrušil rozsudok, ktorý nad Galileom Galileim vyhlásila inkvizícia a rehabilitoval tým talianskeho vedca. Privretá brána medzi vedou a vierou sa predsa len otvorila. Mohutnosť ľudského poznávania žije aj v odkaze skúmateľa prírody, ktorý pociťoval nekonečnú vďačnosť Bohu, že bol prvým pozorovateľom obdivuhodných skutočností: *Kto by chcel tvrdiť, že bolo videné a poznané všetko, čo je vo svete prístupné zmyslom a poznateľné?*

3.6 Trvalý prípad

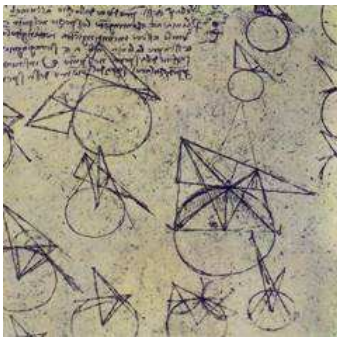
Galileo Galilei (1564–1642) sa stal symbol moderných vedeckých názorov. *Meraj všetko, čo je merateľné a nemerateľné urob merateľným*. Spôsob jeho práce v poznávaní prírody, skúsenosť, experiment, priame poznanie faktov, pokus ako previerka hypotézy sa stali prelomom. Spoznal zásadný význam príčinnosti vo vede a vykonal rozhodujúci krok pre kvantitatívne poňatie vedy. Vypozoroval, že *ľudský intelekt poznáva niektoré pravdy tak dokonale a s takou absolútnou istotou ako sama príroda*. Jeho myšlienkové konštrukcie už obsahovali matematické skutočnosti. *Boh, ktorý nám dal zmysly, rozum a pochopenie, by nechcel, aby sme zanedbávali ich použitie*. Väzba prírodných vied a matematiky s ľudským životom je stále tesnejšia, bezprostrednejšia a plodnejšia.



4. Záver

Leonardo vnímal súzvuk medzi umením a vedou: *Ak chyba v rukách duch, nie je tu umenie*. Ako renesančný človek podnetne spojil matematickú formu a umelecké dielo. Zjednotil abstraktnú podstatu matematiky, vedy i umenia. Pokorne priznal: *Ľudský dôvtip... nikdy nevymyslí nič krásnejšie, jednoduchšie alebo priamejšie ako príroda, pretože v jej dielach nič nechýba a nič nie je naviac*. Pripomenul vedcom aj umelcom, aby *sa učili od prírody a nie jeden od druhého*.

Galilei zaviedol matematické postupy a hodnotenia fyzikálnych experimentov, ukazoval matematiku ako plnohodnotný argument v prírodnej filozofii. Uprednostnil pozorovanie a ľudský rozum v popise prírody a uznal vo vede elegantnú abstraktnú krásu matematických vzťahov. Jeho výskum vycítil prítomnosť Stvoriteľa, ktorý dal človeku intelektuálnu schopnosť zmysluplne poznávať prírodné javy prírody. Vo vzdelávaní vybadal: *Nemôžete nikoho nič naučiť. Môžete mu prinajlepšom pomôcť, aby to sám v sebe našiel*.



Od čias Leonarda a Galileiho možno stále viac platí aj ich presvedčenie: *Poznávaj ako vedec, cíť ako umelec*. Možno by sa obaja zhodli na tom, že matematické postupy skúmania sú úžasnými možnosťami pre hľadanie umelecko–prírodných zákonov sveta, v ktorom žijeme. *Túžba poznávať je pre dobrých ľudí samozrejma (Leonardo da Vinci)*. *Pre duše by bolo veľmi škodlivé, ak by mali zakázané veriť to, čo sa im neskôr jasne objaví pred očami (Galileo Galilei)*. Obaja položili základný kameň pre univerzálny model ako nachádzať syntézu intelektuálnych svetov umenia a vedy. Vnútoraná dynamika autentického umenia a serióznej vedy naznačuje hlbokú spojitosť a jednotu týchto prejavov ľudskej kultúry.

Literatúra

- [1] ATALAY, B.: *Matematika a Mona Lisa*. Praha: Slovart, 2007.
- [2] BRONOWSKI, J.: *Vzestup člověka*. Praha: Odeon, 1985.
- [3] HAŠKOVEC, V. – MÜLLER, O.: *Galerie géníů*. Praha: Albatros, 2003.
- [4] KRAUS, I.: *Fyzika v kulturních dějinách Evropy*. Praha: ČVUT, 2006.
- [5] KUZNECOV, B.G.: *Od Galileiho po Einsteina*. Bratislava: Pravda, 1975.
- [6] MCGREAL, I.P. a kol.: *Velké postavy západního myšlení*. Praha: Prostor, 1997.
- [7] NARDINI, B.: *Leonardo da Vinci*. Bratislava: Tatran 1980.
- [8] STARÍČEK, I.: *Život a viera v jednote a v mnohosti*. Trnava: SSV, 1993.
- [9] ZAJAC, R. – ŠEBESTA, J.: *Historické pramene súčasnej fyziky I*. Bratislava: ALFA, 1990.

DUŠAN JEDINÁK
TRÍBEČSKÁ 2136/8, 955 01 TOPOĽČANY
MAIL@DUSAN.JEDINAK@SATRONET.SK